

**Übungen zur Gruppentheorie (12)**

- (45) Man berechne die Elementarteiler der Matrix

$$C = \begin{pmatrix} 3 & 9 & -3 & 0 \\ 4 & 2 & 0 & -2 \end{pmatrix}.$$

Welche abelsche Gruppe  $G$  hat  $C$  als Relationenmatrix ?

- (46) Man berechne die Elementarteiler der Matrix

$$C = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 5 \\ 9 & 2 & 0 \\ -3 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & -4 \end{pmatrix}.$$

Welche abelsche Gruppe  $G$  hat  $C$  als Relationenmatrix ?

- (47) Sei  $G = (G, +)$  endlich abelsch, etwa durch  $n$  Elemente erzeugt.  
(a)  $G$  kann durch eine ganzzahlige  $n \times n$ -Matrix  $C$  repräsentiert werden, und es gilt dann  $|G| = |\det(C)|$ .  
(b) Es gibt ein Element  $g \in G$  größter Ordnung, etwa  $e$ , und es gilt  $e \cdot x = 0$  für alle  $x \in G$ .
- (48) Sei  $G = \mathrm{SL}_n(\mathbb{Z})$  die Gruppe aller ganzzahligen  $n \times n$ -Matrizen mit Determinante 1 ( $n \in \mathbb{N}_{\geq 2}$ ). Man zeige, dass  $G$  durch  $n \times n$ -Elementarmatrizen erzeugt wird.