Tübingen, den 14.1.2002 Prof. Kaup Wintersemester 2001/2

# ÜBUNGEN ZUR LINEAREN ALGEBRA I

Blatt 12

Abgabe am Montag, den 21.1.2002, in der Vorlesung

## Aufgabe 34

1. Man schreibe die Permutation

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 & 13 & 14 & 15 & 16 \\ 8 & 7 & 15 & 16 & 5 & 10 & 13 & 11 & 14 & 12 & 4 & 3 & 2 & 9 & 6 & 1 \end{pmatrix}$$

als Produkt von Zyklen und bestimme $\mathsf{sign}(\sigma)$.

2. Es sei $A = (a_{ij}) \in \mathbb{R}^{4\times 4}$ eine Matrix mit $a_{ii} = 0$ für $i = 1, 2, 3, 4$. Man gebe eine explizite Formel für $\det(A)$ an, in der nur die $a_{ij}$ mit $i \neq j$ vorkommen.

## Aufgabe 35

Es sei $n \geq 1$ eine feste natürliche Zahl. Welche der folgenden Aussagen sind für alle Matrizen $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ wahr ($A^t$ ist die zu $A$ transponierte Matrix)?

1. $\det(A) \in \mathbb{Z}$ falls $A \in \mathbb{Z}^{n\times n}$,
2. $\det(A) = \pm 1$ falls $AA^t = E_n$ (Einheitsmatrix),
3. $\det(A) = 0$ falls $A^t = -A$ und $n$ ungerade,
4. $\det(A) = 0$ falls $A^t = -A$ und $n$ gerade.

[Hinweis: Man berücksichtige die Formel $\det(\lambda A) = \lambda^n \det(A)$.]

## Aufgabe 36

Es seien $V, W$ Vektorräume, $\varphi : V \to W$ eine lineare Abbildung und $X, Y \subset V$ Untervektorräume. Man konstruiere Vektorraumisomorphismen

1. $V/\mathsf{Ker}\,\varphi \xrightarrow{\approx} \mathsf{Im}\,\varphi$.
2. $(X+Y)/X \xrightarrow{\approx} Y/(X\cap Y)$.