Tübingen, den 22.10.2001 Prof. Kaup Wintersemester 2001/2

ÜBUNGEN ZUR LINEAREN ALGEBRA I

Blatt 2

Abgabe am Montag, den 29.10.2001, in der Vorlesung

Aufgabe 4

(i_1) Man gebe eine injektive Abbildung $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ an, die nicht surjektiv ist.
(i_2) Man gebe eine surjektive Abbildung $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ an, die nicht injektiv ist.
(ii) Man gebe eine Abbildung $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ mit folgender Eigenschaft an: Für jedes $m \in \mathbb{N}$ ist das Urbild $f^{-1}(m) := \{n \in \mathbb{N} : f(n) = m\}$ eine unendliche Menge.

Aufgabe 5

Ist die Menge abzählbar?
(i) $\mathbb{N}^{\{0,1\}}$.
(ii) $\{0,1\}^{\mathbb{N}}$.

Aufgabe 6

Ist die Verknüpfung kommutativ? Handelt es sich um eine Halbgruppe, eine Gruppe? Man bestimme gegebenenfalls das neutrale Element.
(i) $(\mathbb{R}, \circ)$, wobei $x \circ y = 2x - y$ (geometrisch ist dies der Punkt, in den y bei Spiegelung der reellen Zahlengeraden an x übergeht).
(ii) $(\mathbb{Z}, \circ)$, wobei $n \circ m = n + m - 1$.
(iii) $\big(\mathcal{P}(M), \cap\big)$, wobei M eine beliebige Menge und $\mathcal{P}(M)$ die Menge aller Teilmengen von M ist (die *Potenzmenge von* M).
(iv) $(\mathbb{N}, \square)$. Dabei sei für eine fest gewählte ganze Zahl $g \geq 2$ die Verknüpfung definiert durch $a \square b := (a_m a_{m-1} \dots a_0 b_n b_{n-1} \dots b_0)_g$, wobei $a = (a_m a_{m-1} \dots a_0)_g$ und $b = (b_n b_{n-1} \dots b_0)_g$ die g-al-Darstellungen von a, b sind (ohne führende Nullen, d.h. $a_m \neq 0 \neq b_n$, also z.B. $0 = ()_g$ für die Null aus $\mathbb{N}$).