Tübingen, den 3.12.2001 Prof. Kaup Wintersemester 2001/2

# ÜBUNGEN ZUR LINEAREN ALGEBRA I

Blatt 8

---

Abgabe am Montag, den 10.12.2001, in der Vorlesung

---

## Aufgabe 22

Man untersuche die Matrix

$$B := \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix} \in M(3, \mathbb{Q})$$

auf Invertierbarkeit und bestimme gegebenenfalls ihr Inverses.

## Aufgabe 23

Sei $V := \mathbb{R}^{\mathbb{R}}$ der reelle Vektorraum aller Funktionen $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$. Die Funktionen $f, g \in V$ mögen die Eigenschaft besitzen, daß die Abbildung

$$h : \mathbb{R} \to \mathbb{C}\,, \qquad h(x) := f(x) + ig(x)\,,$$

ein Gruppenhomomorphismus $(\mathbb{R}, +) \longrightarrow (\mathbb{C}^*, \cdot)$ ist (z.B. bei den aus der Analysis bekannten Funktionen $f(x) = \cos(x)$, $g(x) = \sin(x)$ oder aber such $f(x) = e^x$ und $g(x) \equiv 0$). Für jedes $c \in \mathbb{R}$ sei $f_c \in V$ definiert durch $f_c(x) := f(x + c)$.
Man bestimme die Dimension des Untervektorraumes $W := \langle (f_c)_{c \in \mathbb{R}} \rangle \subset V$ und gebe eine Basis von $W$ an.
[Hinweis: Versuche, $f_c$ als Linearkombination von $f, g$ zu schreiben und betrachte folgende Fälle seperat: 1. $g \equiv 0$, 2. $g \not\equiv 0$.]

## Aufgabe 24

Man bestimme den Kern, das Bild und die darstellende Matrix der linearen Abbildung $f : \mathbb{K}^m \longrightarrow \mathbb{K}^n$ für

1. $f(x_1, x_2, x_3) := (x_1 - x_2, x_1 + x_2, x_3)$
2. $f(x_1, x_2, x_3, x_4) := (x_1, 2x_1, x_1 + x_3 + x_4)$
3. $f(x_1, x_2, x_3) := (x_3, x_1 + x_2, x_1, x_1 - x_3, x_1)$.