Universität Tübingen
Fachbereich Mathematik

PD Dr. Ruben Jakob 13.04.2016

Axiomatische Geometrie
SS 2016
1. Übungsblatt

AUFGABE 1:

Es sei $\mathcal{P}{:=}\{A, B, C, D\}$ eine Punktemenge mit 4 Elementen.

1) Geben Sie (bis auf Isomorphie) alle möglichen Linien-Mengen $\mathcal{G}$ an, für die $(\mathcal{P}, \mathcal{G})$ eine Inzidenz-Geometrie ist. Beachten Sie hierbei, dass stets alle drei Inzidenz-Axiome erfüllt sind, was die Anzahl aller Inzidenz-Geometrieen erheblich einschränkt. Wieviele Inzidenz-Geometrieen erhalten Sie ?

2) Prüfen Sie, welche Geometrie das Parallelen-Axiom (P) oder sogar das Axiom (P') erfüllt.

AUFGABE 2:

Zeigen Sie, dass die kartesische Ebene $F^2 = \{(x, y)|x \in F, y \in F\}$ über jedem Körper F, dessen Geraden die Lösungsmengen linearer Gleichungen

$$ax + by + c = 0 \qquad \textit{für } a, b, c \in F$$

seien, die drei Axiome (I1), (I2), (I3) der Inzidenz und ausserdem das „strenge" Parallelen-Axiom (P') erfüllen. Verwenden Sie hierbei Ihr Wissen aus der Vorlesung über lineare Algebra I zur Lösung linearer (quadratischer) Gleichungs-Systeme.

AUFGABE 3:

Zeigen Sie, dass in einer affinen Ebene, d.h. in einer Inzidenz-Geometrie $(\mathcal{P}, \mathcal{G})$, in der das Parallelen-Axiom (P') gilt, je zwei (verschiedene) Geraden bijektiv aufeinander abgebildet werden können, d.h. dass man zu zwei beliebigen Geraden $g_1 \neq g_2$ konkret eine bijektive Abbildung $\Psi : g_1 \xrightarrow{\cong} g_2$ konstruieren kann.

Abgabetermin ist Donnerstag, der 21.04.2016, in der Übung.