Universität Tübingen
Fachbereich Mathematik

PD Dr. Ruben Jakob 25.05.2016

Axiomatische Geometrie
SS 2016
5. Übungsblatt

AUFGABE 13:

1) Zeigen Sie, dass die kartesische Ebene aus Beispiel 2.1 über $\mathbb{R}$ der Vorlesung auch die Axiome (C1)-(C3) erfüllt, falls wir den Begriff der Kongruenz ,,$\overline{AB} \cong \overline{CD}$" zweier Geradensegmente $\overline{AB}, \overline{CD}$ in $\mathbb{R}^2$ durch die Übereinstimmung Ihrer euklidischen Längen, also durch
$$\mathrm{d}(A,B) \stackrel{!}{=} \mathrm{d}(C,D), \tag{1}$$
mit
$$d(A,B) := \sqrt{(A_1 - B_1)^2 + (A_2 - B_2)^2}$$
und $A = (A_1, A_2), B = (B_1, B_2)$, definieren.

2) Überprüfen Sie, ob Ihre Argumente auch funktionieren, falls wir anstatt der obigen euklidischen Metrik die ,,New-York-Metrik"
$$\tilde{\mathrm{d}}(A,B) := |A_1 - B_1| + |A_2 - B_2|$$
auf $\mathbb{R}^2$ einführen, also ob $\mathbb{R}^2$ aus Beispiel 2.1 mittels (1) und $\tilde{\mathrm{d}}$ anstatt d die Axiome (C1)–(C3) erfüllt.

3) Ergibt sich ein Problem, falls wir in den obigen zwei kartesischen Modellen den Körper $\mathbb{R}$ durch $\mathbb{Q}$ ersetzen ?

AUFGABE 14:

Zeigen Sie, dass in einer beliebigen Geometrie $(\mathcal{P}, \mathcal{G})$, in der die Axiome (I1)–(I3), (B1)–(B4) und (C1)–(C3) gelten, die Addition von Kongruenzklassen von Segmenten

1) assoziativ ist, also dass
$$([\overline{AB}] + [\overline{CD}]) + [\overline{EF}] = [\overline{AB}] + ([\overline{CD}] + [\overline{EF}])$$
für drei beliebige Segmente $\overline{AB}$, $\overline{CD}, \overline{EF}$ aus $(\mathcal{P}, \mathcal{G})$ gilt, und

2) kommutativ ist, also dass
$$[\overline{AB}] + [\overline{CD}] = [\overline{CD}] + [\overline{AB}]$$
für zwei beliebige Segmente $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ aus $(\mathcal{P}, \mathcal{G})$ gilt.

Abgabetermin ist Mittwoch, der 01.06.2016, in der Vorlesung.