Universität Tübingen
Fachbereich Mathematik

PD Dr. Ruben Jakob 29.06.2016

Axiomatische Geometrie
SS 2016
9. Übungsblatt

AUFGABE 21: [Euklid I.9 und I.10]
Sei $(\mathcal{P}, \mathcal{G})$ eine Geometrie, in der die Axiome (I1)–(I3), (B1)–(B4) und (C1)–(C6) gelten.

1) Seien A, B, C drei nicht-kolineare Punkte in dieser Geometrie und $\angle BAC$ der entstehende Winkel am Punkt A. Zeigen Sie, dass man diesen Winkel halbieren kann, d.h. dass man einen Strahl $\overrightarrow{AD}$ im Inneren von $\angle BAC$ konstruieren kann, der

$$\angle BAD \cong \angle DAC$$

erfüllt. Verwenden Sie dazu ,,die Existenz eines gleichschenkligen Dreiecks" und das ,,(SSS)-Kongruenzgesetz" (oder (C6)).

2) Sei nun ein Segment $\overline{AB}$ gegeben. Konstruieren Sie eine Gerade, die $\overline{AB}$ genau in seinem (eindeutigen) Mittelpunkt schneidet. Verwenden Sie dazu erneut ,,die Existenz eines gleichschenkligen Dreiecks" und das ,,(SSS)-Kongruenzgesetz".

AUFGABE 22: [Euklid I.11 und I.12]
Sei $(\mathcal{P}, \mathcal{G})$ eine Geometrie, in der die Axiome (I1)–(I3), (B1)–(B4) und (C1)–(C6) gelten.

1) Sei G eine Gerade und $P \in G$ ein beliebiger Punkt auf G. Konstruieren Sie eine Gerade, die G im Punkt P ,,senkrecht schneidet". Verwenden Sie dazu (C1) und erneut ,,die Existenz eines gleichschenkligen Dreiecks" und (SSS). Kann es zwei verschiedene Geraden geben, die G im Punkt P ,,senkrecht schneiden" ?

2) Sei G eine Gerade und nun $P \notin G$ ein beliebiger Punkt, der nicht auf G liegt. Konstruieren Sie eine Gerade, die den Punkt P enthält und auf G ,,senkrecht steht". Verwenden Sie dazu (C4), (C1) und (C6). Können Sie bereits jetzt entscheiden, ob es zwei verschiedene Geraden mit diesen beiden Eigenschaften geben kann ? Verdient die von Ihnen konstruierte Gerade den Namen ,,das Lot auf G durch P" ?

Abgabetermin ist Mittwoch, der 06.07.2016, in der Vorlesung.