

Übungen zur Mathematischen Logik

Blatt 1

- (1) Geben Sie an, welche zweistelligen Junktoren gemeint sind.

- (a) Φ ist hinreichende Bedingung für Ψ .
 (b) Φ ist notwendige Bedingung für Ψ .

(1 Punkt)

- (2) (Nach J. E. Littlewood) *Drei bärtige Herren A, B, C sitzen beim gemeinsamen Frühstück. Bei allen dreien klebt sehr bald etwas Eigelb im Bart (sie können das nicht bei sich selbst bemerken, wohl aber bei den Kollegen, die ihnen gegenüber sitzen). Auf einmal bemerkt C, dass seine Kollegen A und B Eigelb im Bart haben und muss spöttisch grinsen. A bemerkt, dass C grinst, und dass C offenbar wegen des Eigelbs grinst. Plötzlich denkt sich A: "Warum merkt B eigentlich nicht, dass C ihn auslacht?" – und da kommt ihm der Gedanke: "O Gott, ich muss ja selber lächerlich aussehen!"*

Wie hat A argumentiert?

(Der Zahlentheoretiker J. E. Littlewood nannte die Argumentationsweise von A "genuine mathematics".)

(2 Punkte)

- (3) Wir nennen die beiden 2-stelligen Junktoren J und J^* *dual zueinander*, falls für alle \mathcal{L} -Ausdrücke Φ und Ψ gilt:

$$\text{val}(J(\Phi, \Psi)) = 1 - \text{val}(J^*(\neg\Phi, \neg\Psi)).$$

Beispielsweise sind die Junktoren \wedge ("und") und \vee ("oder") dual zueinander.

Bestimmen Sie alle Paare dualer Junktoren.

(3 Punkte)

- (4) Wenden Sie auf folgende Formeln die Regeln zur Klammerersparnis an, soweit es möglich ist.

- (a) $((\Phi \wedge (\neg(\Psi \wedge \Gamma))) \rightarrow \Theta) \vee \Phi$
 (b) $((\Phi \rightarrow (\Psi | ((\neg\Psi) \downarrow \Phi))) \rightarrow (\Gamma \vee \Phi))$

(2 Punkte)

- (5) Überprüfen Sie folgende Zeichenreihen darauf, ob sie aus Formeln durch korrekte Anwendung der Regeln zur Klammerersparnis entstanden sind. Geben Sie gegebenenfalls die Formeln mit vollständiger Klammerung an.

- (a) $(A_1 \rightarrow A_1) \wedge A_2 \wedge A_3 \rightarrow A_4$
 (b) $A_1 \wedge A_1 \rightarrow A_2 \rightarrow A_2 \wedge A_1$

(2 Punkte)

Abgabe: Am Montag, dem 8. 5. 2006, in der Vorlesung.