

## Übungen zur Mathematischen Logik

### Blatt 6

DEFINITION: Eine Satzmenge  $T$  heißt genau dann *vollständig*, wenn  $T$  widerspruchsfrei ist und für jedes  $\Phi \in \mathcal{L}$  entweder  $\Phi \in T$  oder  $\neg\Phi \in T$  ist. Desweiteren heißt eine Satzmenge  $T$  genau dann *Vervollständigung* einer Satzmenge  $\Sigma \neq \emptyset$ , wenn  $T$  vollständig ist und  $\Sigma \subseteq T$  gilt.

(27) Geben Sie eine Satzmenge  $\Sigma$  an, die genau

- (a) *eine* Vervollständigung besitzt. (1 Punkt)
- (b) *zwei* Vervollständigungen besitzt. (1 Punkt)
- (c) *abzählbar-unendlich viele* Vervollständigungen besitzt. (2 Punkte)
- (d) *überabzählbar viele* Vervollständigungen besitzt. (1 Punkt)

(28) Zeigen Sie folgende Aussagen unter Verwendung des Aussagenkalküls:

- (a) Reductio ad absurdum:  $\vdash (\Phi \rightarrow \Psi) \rightarrow ((\Phi \rightarrow \neg\Psi) \rightarrow \neg\Phi)$   
(2 Punkte)
- (b)  $\vdash \neg((\Phi \rightarrow \Phi) \rightarrow \neg(\Phi \rightarrow \Phi))$   
(*Hinweis: Verwenden Sie die Reductio ad absurdum.*) (2 Punkte)

(29) Nach JEVONS: Finden Sie den Fehler in folgender Argumentation:

*Nichts ist besser als ein reines Gewissen.*

*Trockenes Brot ist besser als nichts.*

*Also ist trockenes Brot besser als ein reines Gewissen.* (1 Punkt)

**Abgabe:** Am Montag, dem 19. Juni 2006, in der Vorlesung.

Informationen zur Vorlesung:

<http://www.mathematik.uni-tuebingen.de/~logik/>