Prof. Dr. Ulrich Felgner Sommersemester 2006

Übungen zur Mathematischen Logik

Blatt 7

(30) Geben Sie eine $\mathfrak{L}$-Formel $\Phi(v_0, v_1)$ an, so dass $(\exists v_0 \forall v_1 \Phi \leftrightarrow \forall v_1 \exists v_0 \Phi)$ logisch-allgemeingültig ist. (1 Punkt)

(31) Zeigen Sie, dass folgende Distributiv-Gesetze für beliebige $\mathfrak{L}$-Formeln Φ und Ψ logisch-allgemeingültig sind:

(a) $\exists v(\Phi \to \Psi) \leftrightarrow (\forall v \Phi \to \exists v \Psi)$ (2 Punkte)

(b) $\forall v(\Phi \to \Psi) \to (\forall v \Phi \to \forall v \Psi)$ (1 Punkt)

(c) $\forall v(\Phi \to \Psi) \to (\exists v \Phi \to \exists v \Psi)$ (1 Punkt)

(32) Prüfen Sie, ob folgende Formeln für beliebige $\mathfrak{L}$-Formeln Φ und Ψ logisch-allgemeingültig sind:

(a) $\exists v(\Phi \leftrightarrow \Psi) \to (\exists v \Phi \leftrightarrow \exists v \Psi)$

(b) $\forall v(\Phi \to \Phi) \to (\Phi \to \forall v \Phi)$ (2 Punkte)

(33) Können konträre Aussagen zugleich falsch sein? (1 Punkt)

(34) Geben Sie $\mathfrak{L}$-Formeln Φ und Ψ und eine $\mathfrak{L}$-Struktur $\mathfrak{M}$ mit folgender Eigenschaft an: $(\mathfrak{M} \models \Phi \Rightarrow \mathfrak{M} \models \Psi) \not\Rightarrow \mathfrak{M} \models \Phi \to \Psi$ (1 Punkt)

(35) Zeigen Sie, dass der Quantor "Es gibt genau ein Objekt, dass die Eigenschaft Φ hat." mittels der Zeichen $\neg, \wedge, \vee, \to, \forall, \exists, =$ ausgedrückt werden kann. (1 Punkt)

(36) Zusatzaufgabe: Zeigen Sie, dass für jeden fest vorgegebenen Körper $\mathbf{K}$ der Begriff des $\mathbf{K}$-Vektorraumes als $\mathfrak{L}$-Struktur für eine geeignete Sprache $\mathfrak{L}$ definiert werden kann. (*Hinweis: Das Universum muss die Menge der Vektoren sein.*) (2 Punkte)

Abgabe: Am Montag, dem 26. Juni 2006, in der Vorlesung.

Informationen zur Vorlesung:
http://www.mathematik.uni-tuebingen.de/~logik/