

Übungen zur Mathematischen Logik

Blatt 8

- (37) Geben Sie von der Aussage “*Everybody loves somebody sometimes.*” die konträre, die kontradiktorische und die subalterne Aussage an. (1 Punkt)

DEFINITION: Sei $\overline{\exists}$ der Quantor “*fast alle*” (im Sinne von: bis auf endlich viele). Erweitere die Sprache \mathcal{L} um diesen Quantor und füge für die Auswertung hinzu:

$$(A7) \text{ val}_{\mathfrak{M}}^h(\overline{\exists}v_n\Phi) = \begin{cases} 1 & \text{falls } \{a \in M; \text{val}_{\mathfrak{M}}^{h[v_n/a]}(\Phi) = 0\} \text{ endlich} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

- (38) Prüfen Sie, ob die Formel $\overline{\exists}v\Phi \rightarrow \exists v\Phi$ für beliebige \mathcal{L} -Formel Φ eine Tautologie ist. (1 Punkt)
- (39) Zeigen Sie, dass die Formel $\overline{\exists}v_0\forall v_1\Phi \rightarrow \forall v_1\overline{\exists}v_0\Phi$ für beliebige \mathcal{L} -Formeln Φ logisch-allgemeingültig ist. (2 Punkte)
- (40) Geben Sie eine \mathcal{L} -Struktur $\mathfrak{M} = \langle M, \dots \rangle$ und eine \mathcal{L} -Formel Φ an, sodass folgendes gilt: $\mathfrak{M} \models \forall v_0\overline{\exists}v_1\Phi \wedge \neg\overline{\exists}v_1\forall v_0\Phi$ (2 Punkte)
- (41) Prüfen Sie, ob $\overline{\exists}$ -Quantoren untereinander vertauschbar sind. (1 Punkt)
- (42) Geben Sie eine $\mathcal{L}(\neg, \rightarrow, \forall, \overline{\exists}, =)$ -Aussage Φ an, sodass folgendes gilt:
 $\mathfrak{M} = \langle M, \dots \rangle \models \Phi \Leftrightarrow M$ endlich. (1 Punkt)
- (43) Geben Sie für die folgenden \mathcal{L} -Formeln logisch-äquivalente \mathcal{L} -Formeln in pränexer Normalform an:
- (a) $\forall v_0(\forall v_1 : v_1 + v_0 = v_2 \rightarrow \forall v_1 : v_1 + v_2 = v_0)$
- (b) $\forall v_0(\forall v_1\exists v_2 : v_1 \cdot v_2 < v_0 \cdot v_0 \rightarrow \exists v_2\forall v_0 : v_0 + v_1 = v_0 + v_2)$
- (2 Punkte)

Abgabe: Am Montag, dem 3. Juli 2006, in der Vorlesung.

Informationen zur Vorlesung:

<http://www.mathematik.uni-tuebingen.de/~logik/>