Mathematisches Institut der Universität Tübingen
Prof. Dr. Ulrich Felgner

Seminar: Mathematische Logik

Winter-Semester 2006/2007

Vorträge:

(1) *Die Erzwingungs-Methode (forcing).*
Es soll die von Abraham Robinsohn entwickelte Erzwingungsmethode zur Konstruktion von Modellen vorgetragen werden.
Literatur: Klaus Potthoff: Einführung in die Modelltheorie und ihre Anwendungen. Wiss. Buchgesellschaft Darmstadt 1981,pp. 35-47.
Vortragende: *Sabine Marhoffer*

(2) *Der Craigsche Interpolations-Satz.*
Es soll der folgende Satz von William Craig vorgetragen werden: Seien Φ und Ψ L-Aussagen mit $\models \Phi \rightarrow \Psi$. Dann gibt es eine L-Aussage Θ mit:

(i) in Θ kommen nur die nicht-logischen Zeichen vor, die sowohl in Φ als auch in Ψ vorkommen, und

(ii) $\models \Phi \rightarrow \Theta$ & $\models \Theta \rightarrow \Psi$.

Literatur: Klaus Potthoff: Einführung in die Modelltheorie und ihre Anwendungen. Wiss. Buchgesellschaft Darmstadt 1981, pp. 62-66. Die hier benötigte Methode zur Modell-Konstruktion (Erzwingungsmethode, forcing) sollte im Vortrag (1) vorgestellt werden. Ferner: Chang-Keisler: Model Theory (Amsterdam 1973), Satz von Craig-Lyndon, p. 84.
Vortragende: *Nadine Rasch*

(3) *Realisieren und Auslassen von Typen*

Ziel des Vortrages ist einerseits ein Beweis des Satzes von Engeler-Ehrenfeucht demzufolge man Typen, die keine Haupttypen sind, in geeigneten T-Modellen auslassen kann (Ommitting types theorem). Der Beweis verwendet die Henkin-Methode.

Literatur: Chang-Keisler: Model Theory (Amsterdam 1973), pp.76-82. Zur Orientierung sei empfohlen: J.R.Shoenfield: „Math. Logic“ (1967), p.90-91.

Vortragender: *Benjamin Jogsch*

(4) $\aleph_0$*-kategorische Theorien*

Im Mittelpunkt dieses Vortrages steht der Satz von Engeler, Ryll-Nardzewski, Svenonius, der eine syntaktische Charakterisierung derjenigen Theorien (erster Stufe) gibt, die bis auf Isomorphie nur genau ein abzählbares Modell haben. Ohne Beweis werden die Resultate des Vortrages (4) über das „Auslassen“ von Typen (Satz von Engeler-Ehrenfeucht) verwendet. Es sollten Anwendungen dieses Satzes gegeben werden (z.B. Charakterisierung aller $\aleph_0$-kategorischen abelschen Gruppen, aller $\aleph_0$-kategorischen Booleschen Algebren, etc.).

Literatur: J.R.Shoenfield: Math. Logic (1967), pp.88-92 (oder Chang-Keisler „Model Theory“, p.101 ff) und (trotz seiner kitschig-primitiven Zeichnungen) Peter Cameron „Oligomorphic Permutation Groups“ (Cambridghe 1990),

Zur weiteren Orientierung wird auf U.Felgner „Kategorizität“, Jahresbericht der DMV 82 (1980), pp.12-32, verwiesen.

Vortragende: *Melanie Rinas*

(5) *Saturierte Modelle.*

Es soll die Existenz saturierter Modelle und ihre Charakterisierungen als homogene universelle Modelle gezeigt werden. Eventuell sollten Anwendungen auf linear-geordnete Mengen und reell-abgeschlossene Körper besprochen werden.

Literatur: M. Morley - R.L. Vaught: Homogeneous universal models. Math. Scand. 11 (1962), pp. 37-57. Siehe auch: Chang-Keisler „Model-Theory“, pp. 220-221. Siehe auch: U. Felgner: Die Hausdorffsche Theorie der η_α-Mengen und ihre Wirkungsgeschichte. In F. Hausdorff Werke, Band 2, pp. 645-674.

Vortragende: *Maria Prionidou*

(6) *Ein Zwei-Kardinalzahl-Theorem*

Es soll der folgende Satz vorgetragen werden: Sei T eine Theorie in einer abzählbaren Sprache der 1. Stufe. Wenn T ein (κ, λ) - Modell besitzt, wobei $\aleph_0 \leq \lambda < \kappa$, dann besitzt T auch ein (ω_1, ω) - Modell. Es sollten Anwendungen auf $\aleph_1$ -kategorische Theorien gegeben werden.

Literatur: M.Morley: Partitions and Models, Proceedings Summer School in Math. Logic. Leeds 1967. Springer Lecture Notes in Math. 70, pp.119-121 (Satz 3.3).

Vortragender: *Thomas Edgar*

(7) *Inexistenz von Theorien mit genau zwei abzählbaren Modellen.*
Es soll der Satz von R.L. Vaught vorgetragen werden, daß es keine vollständige Theorie in einer abzählbaren Sprache der 1. Stufe gibt, die bis auf Isomorphie nur genau zwei abzählbar-unendliche Modelle besitzt.
Literatur: R.L.Vaught: Denumerable models of complete theories. In: Infinitistic Methods, Proceedings Symposium Warschau 1959. Pergamon Press 1961, pp. 303-321.
Vortragender: *Marcus Braatz*

(8) *Eine Klassifikation aller Booleschen Algebren bis auf elementare Äquivalenz.*
Literatur: Chang-Keisler: Model Theory (Amsterdam, 1973), pp. 293-302. Siehe auch S. Koppelberg: in „Handbook of Boolean Algebras“, Band 1 (Monk - Bonnet, Herausgeber), Amsterdam 1989. und W. Hodges: Model Theory (1993).
Der Beweis verwendet saturierte Boolesche Algebren.
Vortragender: *Matthias Hirzel*

(9) *Skolemisierung und der Satz von Ehrenfeucht-Mostowski.*
Es soll der Satz von Ehrenfeucht-Mostowski vorgetragen werden, daß jede unendliche $\mathtt{L}$-Struktur eine elementare Erweiterung mit beliebig großer Automorphismengruppe besitzt. Der dabei benutzte Satz von Ramsey (aus der Infinitären Kombinatorik) kann ohne Beweis verwendet werden.
Literatur: A. Ehrenfeucht-A.Mostowski: Models of axiomatic theories admitting automorphisms, Fund.Math.43 (1956), pp.50-68. Siehe auch: Chang-Keisler: Model Theory (Amsterdam 1973), pp.141-152.
Vortragender: *Michael Hrenka*

(10) *Elementare Äquivalenz zwischen symmetrischen Gruppen.*
Es soll der Satz von R. McKenzie-S. Shelah vorgetragen werden: Zwei symmetrische Gruppen $\mathrm{Sym}(\aleph_\alpha)$ und $\mathrm{Sym}(\aleph_\beta)$ sind genau dann elementar-äquivalent, wenn die linear geordneten Mengen $\langle\alpha,\leq\rangle$ und $\langle\beta,\leq\rangle$ elementar-äquivalent sind.
Literatur: R. McKenzie: On elementary types of symmetric groups. Algebra universalis 1 (1971), pp. 13-20; und S. Shelah: First-order theory of permutation groups. Israel J. 14 (1973), pp. 149-162 (+ Korrekturen: Band 15, pp. 437-441).
Vortragende: *Susanne Mennecke*

(11) *Gödels eigener Beweis des Vollständigkeits-Satzes*

Literatur: K.Gödel: Die Vollständigkeit der Axiome des log. Funktionenkalküls. Monatshefte für Math. u. Physik Band 37 (1930), pp.349-360. Nachdruck in Gödels „Gesammelten Werken“, Band 1 pp.102-122.

Zur weiteren Orientierung sei auch auf die ausführlichen „Introductory Notes“ von B. Dreben in Gödels Gesammelten Werken, Band 1, pp.44-59, sowie Gödels Dissertation in der Originalfassung (Band 1, pp.60-100) verwiesen. Auch der 3.Band von Gödels Werken, pp.13-28, seien empfohlen.

Vortragender: *Waldemar Korell*

(12) *Ein Beweis des Gödelschen Vollständigkeits-Satzes nach Rasiowa-Sikorski*

Literatur: Helena Rasiowa-Roman Sikorski: A proof of the completeness theorem of Gödel. Fundamenta Mathematicae Band 37(1950), pp.193-200.

Über die zugrunde liegende Theorie der Booleschen Algebren könnte Band 1 des „Handbuches der Booleschen Algebren“ (Monk-Bonnet-Koppelberg, Amsterdam 1989) nützlich sein. Zur weiteren Orientierung sei auf Bell-Slomson „Models and Ultraproducts“, A.Levy „Basic Set Theory“ (dort p.277-278) und M.M.Richter „Logikkalküle“ (Teubner Verlag Stuttgart 1978, pp.27-28 & pp. 73ff) verwiesen.

Vortragende: *Agnieszka Polewka*